

Geometrie-Wettbewerb 2017

Beispiel 1 (3 Punkte). *Es sei $ABCD$ ein konvexes Viereck, dessen Seiten BC und AD sich in einem Punkt E schneiden. Die Diagonale AC schneide die Umkreise der Dreiecke ECD bzw. EAB jeweils ein zweites Mal in P bzw. R . Die Diagonale BD schneide die Umkreise der Dreiecke ECD bzw. EAB jeweils ein zweites Mal in Q bzw. S .*

Man zeige: Wenn S, Q, P und R alle verschieden sind und in dieser Reihenfolge auf einem gemeinsamen Kreis liegen, dann ist E dessen Mittelpunkt.

Beispiel 2 (4 Punkte). *Es sei ABC ein gegen den Uhrzeigersinn beschriftetes Dreieck und $A'B'C'$ ein im Uhrzeigersinn beschriftetes Dreieck.*

Man zeige: Wenn ABC und $A'B'C'$ ähnlich sind, also $\angle A = \angle A'$, $\angle B = \angle B'$ und $\angle C = \angle C'$ gilt, so folgt

$$|AB'|^2 + |BC'|^2 + |CA'|^2 = |A'B|^2 + |B'C|^2 + |C'A|^2$$