

45. Österreichische Mathematik-Olympiade

Landeswettbewerb für Anfängerinnen und Anfänger

12. Juni 2014

1. Man bestimme alle Lösungen der Gleichung

$$a^2 = b \cdot (b + 7)$$

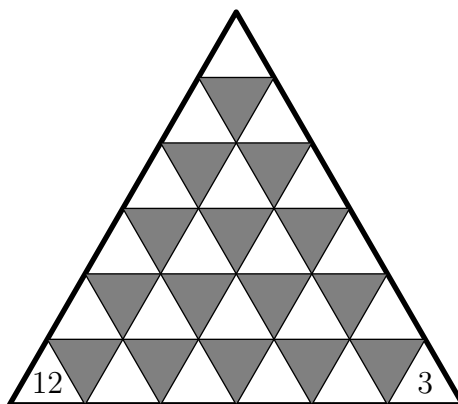
mit ganzen Zahlen $a \geq 0$ und $b \geq 0$.

W. Janous, WRG Ursulinen, Innsbruck

2. In der Abbildung sollen alle leeren weißen Dreiecke mit ganzen Zahlen gefüllt werden, sodass die Summe der drei Zahlen in den weißen Nachbardreiecken jedes grauen Dreiecks durch 5 teilbar ist.

Im linken unteren und im rechten unteren weißen Dreieck sind die Zahlen 12 bzw. 3 vorgegeben.

Man bestimme alle ganzen Zahlen, die im obersten weißen Dreieck stehen können.



G. Woeginger, TU Eindhoven, Niederlande

3. Es seien a, b, c und d reelle Zahlen mit $a < b < c < d$.

Man ordne $x = a \cdot b + c \cdot d$, $y = b \cdot c + a \cdot d$ und $z = c \cdot a + b \cdot d$ der Größe nach und beweise die angegebene Reihenfolge.

R. Henner, Wien

4. Es sei ABC ein Dreieck. Die Mittelpunkte der Seiten BC , AC und AB werden mit D , E bzw. F bezeichnet.

Die beiden Schwerlinien AD und BE sollen aufeinander normal stehen und die Längen $\overline{AD} = 18$ und $\overline{BE} = 13,5$ haben.

Man berechne die Länge der dritten Schwerlinie CF dieses Dreiecks.

K. Czakler, GRG 21, Wien